

Chap A1 :

1. Qu'est qu'une norme ?
2. Donner une autre méthode pour montrer que N est une norme
3. Qu'est ce qu'une distance ?
4. Que signifie que N et N' sont deux normes équivalentes ?
5. Quand des normes sont elles toujours équivalentes ?
6. Donner deux normes non équivalentes
7. Minorer $N(x-y)$
8. Une suite bornées est elle convergente ? sinon que peut on faire avec une suite bornée ?
9. Quand peut on dire que deux suites sont équivalentes ?
10. Si la différence de deux suites tend vers 0, a t'on l'équivalence entre ces 2 suites ?
11. Qu'est ce qu'une partie ouverte de E ?
12. Donner des exemples d'ouverts
13. Toute intersection d'ouverts est elle un ouvert ?
14. Qu'est ce qu'un point adhérent ?
15. Comment caractériser un point adhérent ?
16. Qu'est ce qu'une partie fermée ?
17. Que dire du complémentaire d'une partie fermée ?
18. Que signifie que A est dense dans B ?
19. Qui est dense dans l'ensemble des matrices carrées ?
20. Si deux fonctions continues sur B sont égales sur A, que doit on prouver pour qu'elles soient égales sur B ?
21. Comment montrer que deux fonctions sont équivalentes en a ?
22. Comment montrer qu'une fonction f est négligeable devant g en a ?
23. Donner un équivalent de $\ln(x)$ en 1
24. Comment caractériser la continuité en a d'une fonction ?
25. Si f est continue, que dire de $f^{-1}(\{0\})$?
26. Que dire si la distance de x à A est nulle ?
27. Comment caractériser la continuité d'une application linéaire de E dans F ?
28. Que dire d'un sous espace de dimension finie d'un espace vectoriel ?
29. Qu'est ce qu'une partie compacte ?
30. Que dire d'une fonction continue sur une partie compacte ?
31. Une fonction continue est elle uniformément continue ?
32. Qu'est qu'une partie connexe ?
33. Qu'est qu'une partie convexe ?
34. Une partie connexe est elle convexe ?
35. Quelles sont les parties connexes et les parties connexes de \mathbb{R} ?

Chap A2 :

1. La dérivée d'une fonction dérivable en a admet elle une limite en a ?
2. Si f est dérivable et L linéaire qui est la dérivée de Lof ?
3. Si f et g sont dérivable et B bilinéaire, qui est la dérivée de B(f,g) ?
4. Quel lien existe t'il entre la dérivé en a et un DL(a) à l'ordre 1 ?
5. Citer le théorème des accroissements finis
6. Donner la formule de Leibniz
7. Qu'est ce qu'une fonction convexe ?
8. Qu'est ce qu'une partie convexe ?
9. Donner deux caractérisations d'une fonction convexe
10. Donner l'inégalité de convexité dit de Jensen

11. Encadrer $\sin(x)$ sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
12. Majorer $\ln(x)$
13. Qu'est ce qu'une somme de Riemann et quelle est sa limite ?
14. Qui est la dérivée de $\int_x^0 f(t) dt$ lorsque f est continue ?
15. Que vaut la dérivée de $\int_0^x xf(t) dt$ lorsque f est continue ?
16. Donner la formule de Taylor avec reste intégral sur $[0, x]$
17. Qui dirige la tangente d'une courbe paramétrée au point de paramètre t , lorsqu'il est régulier et lorsqu'il est singulier ?
18. Qu'est qu'un point birégulier
19. Si x est paire et y impaire, que dire de la courbe plane paramétrée ?
20. Donner une primitive de $t \mapsto \frac{1}{\sin(t)}$ et de $t \mapsto \frac{1}{\cos(t)}$
21. Majorer un produit ab de réels
22. Citer le théorème de Cauchy Lipschitz pour une SDL1, pour une EDL2
23. Quelle est la dimension de l'ensemble des solutions d'un SDL1 ?
24. Comment écrit-on la méthode des variations des constantes pour une EDL2 ?
25. Qu'est ce que le wronskien de deux solutions d'une équation homogène d'ordre 2 ?
26. Que faire pour résoudre une EDL2 si on ne connaît qu'une seule solution de l'équation homogène ?
27. Quelles sont les solutions d'une EDL2 à coefficients constants lorsque les solutions de l'équation caractéristique sont complexes ?

Chap A3 :

1. Peut affirmer la convergence de la série lorsque la somme partielle est majorée ?
2. Si la suite converge vers 0 alors la série converge t'elle ?
3. Que vaut $\sum_{p=2}^{+\infty} q^p$?
4. Donner un équivalent à $n!$
5. Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} = o(1)$ a t'on la convergence de la série $\sum u_n$?
6. Si f est positive et décroissante, encadrer $f(k)$
7. Quelle est la nature de la série $\sum \frac{1}{n \ln n}$?
8. Peut on comparer les restes de séries convergentes ? donner 2 résultats
9. Quand peut on comparer les sommes partielles de 2 séries ?
10. Comment majorer le reste d'une série alternée ?
11. Quand une série alternée converge t'elle ?
12. La CVA implique t'elle la CV ?
13. Que dire si la série $\sum a_{n+1} - a_n$ est convergente ?
14. Que vaut $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n!}$?
15. Citer le théorème de sommation par paquets
16. Qu'est ce qu'un famille sommable ?
17. Quand une famille indicée sur \mathbb{N} est elle sommable ?
18. Définir le produit de Cauchy de deux séries ?
19. Quand peut affirmer la convergence d'un produit de Cauchy ?

20. Citer 2 théorème de convergence d'une série double

21. A t'on $\exp(a+b)=\exp(a)\exp(b)$?

Chap A4 :

1. Définir la CVS et la CVU d'une suite de fonctions
2. Comment étudier la limite en 1 point de la limite d'une suite de fonctions
3. Définir la CVS et la CVU d'une série de fonctions
4. Si le reste d'une série de fonctions tend vers a-t-on convergence uniforme ?
5. Donner un exemple de CVS sans CVU (pour une suite et pour une série)
6. Définir la CVN d'une série de fonctions
7. Comment montrer que la somme d'une série de fonctions est continue ?
8. Comment montrer que la somme d'une série de fonctions est dérivable ?
9. Comment intégrer sur un compact la somme d'une série de fonctions ?
10. Comment déterminer une limite de la somme d'une série de fonctions ?
11. Toute fonction continue sur un segment est la limite ?
12. Que dire d'une fonction continue par morceaux sur un segment ?
13. Peut on avoir CVA sans avoir CVU ?

Chap A5 :

1. Qu'est ce que le rayon de convergence d'une série entière ?
2. Quand peut on appliquer la règle de d'Alembert spécifique aux séries entières ?
3. Que dire du rayon de la somme ou du produit de deux séries entières ?
4. Sur quel intervalle peut on intégrer une série entière ?
5. Sur quel ensemble une série entière converge t'elle normalement ?
6. Si la série entière converge en \mathbb{R} alors ?
7. Que vaut $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$?
8. Une fonction C^∞ est-elle développable en séries entières ?
9. A quelle condition une fonction C^∞ est elle développable en série entière ?
10. Que vaut le module et l'argument de l'exponentiel d'un complexe $a+ib$?

Chap A6 :

1. Comment montrer qu'une fonction est continue en $(0,0)$?
2. Comment calculer les dérivées partielles en 1 point (a,b) ?
3. Comment montrer qu'une fonction est différentiable en (a,b) ?
4. Comment s'écrit la matrice Jacobienne d'une fonction différentiable ?
5. Qu'est ce qu'une fonction de classe C^1 ?
6. Que vaut la différentielle de la composée $g \circ f$?
7. Un point ou la gradient est nulle est il extrémal ?
8. Comment justifier que $f(a,b)$ est un maximum local ?
9. Quand un changement de variables est il valide ?
10. Caractériser une fonctions constante sur un ouvert U
11. Comment retrouver le plan tangent à une surface définie par $z = f(x,y)$?
12. Comment se calculent $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$?

Chap A7 :

1. Comment prouver l'intégrabilité d'une fonction positive ?
2. Conditions pour réaliser une IPP sur un intervalle non compact , et un changement de variable
3. Exemple de fonctions non intégrable alors que l'intégrale existe

4. Comment prendre un équivalent d'une primitive d'une fonction à l'infini ?
5. Rappeler les relations de négligeabilité sur les primitives
6. Qui est la dérivée de $\int_x^{+\infty} f(t) dt$?
7. Condition nécessaire pour qu'une fonction continue soit intégrable sur $[a, +\infty[$?
8. Que vaut $\int_0^{+\infty} t^n e^{-t} dt$?
9. Comment intégrer terme à terme la somme d'une série sur un intervalle quelconque ?
10. Comment prendre la limite l'intégrale sur I d'une suite de fonctions ?
11. Comment montrer qu'une fonction définie par une intégrale est continue ? est dérivable ?
12. Comment étudier $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^{+\infty} f(x, t) dt$?

Chap AG1 :

1. Définir une relation d'équivalence et une relation d'ordre
2. Qu'est ce qu'une classe d'équivalence ?
3. Qu'est ce qu'une partition de E ?
4. Qu'est ce qu'un groupe ?
5. Que dire de la somme de 2 sous groupes ?
6. Comment montrer qu'un ensemble est le groupe engendré par une partie ?
7. Comment montrer que B est un sous groupe de A ?
8. Qu'est ce qu'un morphisme de groupe ?
9. Quand deux groupes sont ils isomorphes ?
10. Qui est l'ordre d'un élément dans un groupe multiplicatif ?
11. Qu'est ce qu'un groupe cyclique d'ordre p ?
12. Que dire de l'ordre d'un élément d'une groupe cyclique d'ordre n ?
13. Citer le théorème de Lagrange ?
14. Qu'est qu'un anneau intègre ?
15. Comment montrer que B est un sous anneau de A ?
16. Comment montrer que B est un sous corps de A ?
17. Comment montrer que B est une sous algèbre de A ?
18. Qu'est ce qu'un morphisme d'anneau ?
19. Qu'est ce qu'un idéal ?
20. Que dire du noyau d'un morphisme d'anneau ?
21. Qu'est ce qu'un idéal principal ?
22. Citer le théorème de Gauss
23. Quels sont les éléments inversibles de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$?
24. $\mathbb{Z}/8\mathbb{Z}$ est il isomorphe à $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$?
25. Si p est premier que vaut $\varphi(p^k)$?
26. si a est premier avec n, à quelle puissance k a t'on $a^k \equiv 1 [n]$?
27. A quelles conditions a est elle racine d'ordre r du polynôme P ?
28. Comment se factorise un polynôme dans $\mathbb{R}[X]$ et dans $\mathbb{C}[X]$?

Chap AG2 :

1. Donner 2 caractérisations d'une application linéaire injective
2. Donner 2 caractérisations d'une application linéaire surjective

3. Donner 2 majorations du rang de l'application fog
4. Si $AB=AC$ a t'on $B=C$?
5. Caractériser une matrice de rang r
6. Deux matrices de même rang sont elles semblables ?
7. La restriction d'un endomorphisme sur F est elle un endomorphisme de F ?
8. Si c'est le cas que peut on dire du polynôme caractéristique de cette restriction ?
9. Quel lien existe t'il entre la dimension d'un espace propre et l'ordre de multiplicité de la valeur propre ?
10. Que vaut le déterminant d'une matrice triangulaire par blocs ?
11. Donner une base de $K[u]$ lorsque cet espace est de dimension finie
12. Citer le théorème de décomposition des noyaux
13. Que dire d'une droite stable par un endomorphisme ?
14. Que dire du spectre d'un endomorphisme injectif ?
15. Définir le polynôme minimal , existe t'il toujours ?
16. Que le polynôme minimal et le polynôme caractéristique ont ils en commun ?
17. Donner 3 CNS pour qu'un endomorphisme soit diagonalisable ?
18. Si u possède une valeur propre double alors u n'est pas diagonalisable ... Vrai ou Faux ?
19. Que dire si le polynôme minimal d'un endomorphisme u est scindé ?
20. Que dire du polynôme minimal d'un endomorphisme diagonalisable ?
21. Si $u^3 + u = 0$ alors u est il diagonalisable ?
22. Quel est le degré du polynôme caractéristique ?
23. Citez le théorème de Cayley Hamilton
24. Caractériser un endomorphisme nilpotent ?
25. Quels sont les vecteurs propres d'une matrice diagonale ?
26. Quelle sont les solutions d'un SDL1 à coefficients constants ?

Chap AG3 :

1. Qu'est ce qu'un produit scalaire ?
2. Comment majorer un produit scalaire ? cas d'égalité ?
3. Que dire si $'AA = 0$ lorsque A est une matrice ?
4. Rappeler la formule d'orthonormalisation d'une base
5. Qui est l'orthogonal d'une partie ?
6. Qui est l'orthogonal de l'ensemble des matrices symétriques ?
7. A quelles conditions un projecteur est il orthogonal ? (2 réponses équivalentes)
8. Un projecteur orthogonal est il un endomorphisme orthogonal ?
9. En dimension finie quel vecteur x réalise le minimum de distance de a à F ?
10. Formule du projeté orthogonal de x sur F
11. Définir un endomorphisme symétrique
12. Une matrice symétrique complexe est elle diagonalisable ?
13. Que dire des espaces propres d'une matrice symétrique réelle ?
14. Encadrer la fonction $x \mapsto \langle u(x), x \rangle$ lorsque u est un endomorphisme symétrique
15. Que dire des valeurs propres d'une matrice antisymétrique ?
16. Qu'est ce qu'un endomorphisme orthogonal ?
17. Une matrice dont le déterminant vaut 1 est elle orthogonale ?
18. Qu'elle est la structure topologique de l'ensemble des matrices orthogonales ?
19. Comment peut s'écrire la matrice d'un endomorphisme orthogonale en dimension 3 ?
20. Comment trouver la matrice d'une rotation en dimension 3
21. Comment reconnaître une matrice d'une rotation ? comment retrouver son axe et son angle ?
22. Comment retrouver la matrice d'une symétrie orthogonale ?

Chap Proba :

1. Que doit-on vérifier pour P définisse une probabilité sur \mathbb{N} ?
2. Quelle est la limite de la probabilité d'un évènement A_n d'une suite croissante ou décroissante ?
3. Qu'est ce qu'un évènement négligeable ?
4. Donner la formules des probabilités totales
5. Donner la formule des probabilités composées
6. Comment trouver la loi marginale à partir d'une loi conjointe ?
7. Que vaut un loi conjointe lorsque les variables sont indépendantes ?
8. Que vaut l'espérance d'une somme ? et d'un produit ?
9. Quand une espérance est elle finie ?
10. Que vaut l'espérance de $f(X)$?
11. Donner l'inégalité de Markov
12. A quelle condition un variable aléatoire admet elle une variance ?
13. Formule de Huygens pour calculer une variance ?
14. Que vaut la variance d'une somme dans le cas dépendant et indépendant ?
15. Que peut on dire lorsque la covariance est nulle ?
16. Donner l'inégalité de Bienaymé Tchebichev
17. Donner les éléments caractéristiques d'une loi de Binomiale (espérance, variance , génératrice)
18. Donner les éléments caractéristiques d'une loi géométrique
19. Donner les éléments caractéristiques d'une loi de Poisson
20. Comment majorer une erreur d'estimation d'une variable aléatoire ?
21. Retrouver l'espérance et la variance à l'aide des fonctions génératrices

Un formulaire

Formules trigonométriques

Les classiques

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \text{et} \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} \quad \text{et} \quad 1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$$

Somme et produit

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a+b) + \sin(a-b))$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} (\cos(a-b) - \cos(a+b))$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \sin\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

Avec la tangente

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad \text{et} \quad \tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\text{si } t = \tan\left(\frac{x}{2}\right) \text{ alors } \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \quad \text{et} \quad \tan x = \frac{2t}{1-t^2}$$

Formules trigonométriques hyperboliques

Les classiques

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1, \operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x = e^x \text{ et } \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x = e^{-x}$$

$$\operatorname{sh} 2a = 2\operatorname{sh} a \operatorname{ch} a$$

$$\operatorname{ch} 2a = \operatorname{ch}^2 a + \operatorname{sh}^2 a = 2\operatorname{ch}^2 a - 1 = 1 + 2\operatorname{sh}^2 a$$

$$\operatorname{ch}^2 x = \frac{1 + \operatorname{ch} 2x}{2} \text{ et } \operatorname{sh}^2 x = \frac{\operatorname{ch} 2x - 1}{2}$$

$$1 + \operatorname{ch} x = 2\operatorname{ch}^2 \frac{x}{2} \text{ et } \operatorname{ch} x - 1 = 2\operatorname{sh}^2 \frac{x}{2}$$

Somme

$$\operatorname{sh}(a+b) = \operatorname{sh} a \operatorname{ch} b + \operatorname{sh} b \operatorname{ch} a$$

$$\operatorname{sh}(a-b) = \operatorname{sh} a \operatorname{ch} b - \operatorname{sh} b \operatorname{ch} a$$

$$\operatorname{ch}(a+b) = \operatorname{ch} a \operatorname{ch} b + \operatorname{sh} a \operatorname{sh} b$$

$$\operatorname{ch}(a-b) = \operatorname{ch} a \operatorname{ch} b - \operatorname{sh} a \operatorname{sh} b$$

Avec la tangente

$$\operatorname{th}(a+b) = \frac{\operatorname{th} a + \operatorname{th} b}{1 + \operatorname{th} a \operatorname{th} b} \text{ et } \operatorname{th}(a-b) = \frac{\operatorname{th} a - \operatorname{th} b}{1 - \operatorname{th} a \operatorname{th} b}$$

$$\operatorname{th} 2a = \frac{2\operatorname{th} a}{1 + \operatorname{th}^2 a}$$

Fonctions réciproques

$$\begin{cases} y = \sin(x) \\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin(y) \\ y \in [-1, 1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \cos(x) \\ x \in [0, \pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arccos(y) \\ y \in [-1, 1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \tan(x) \\ x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arctan(y) \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Des dérivées classiques

$$(\sin x)' = \cos x, (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x, (\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$$

$$(\operatorname{th} x)' = 1 - \operatorname{th}^2 x = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, (\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, (\arctan x)' = \frac{1}{1+t^2}$$

Egalités remarquables :

$$\arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}, \forall x \in [-1, 1]$$

$$\left| \arctan x + \arctan \frac{1}{x} \right| = \frac{\pi}{2}, \forall x \neq 0$$

Des primitives classiques

$$\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}, \int \frac{dt}{t^n} = \frac{1}{n-1} \frac{1}{t^{n-1}} \text{ et } \int \frac{dt}{t} = \ln|t|$$

$$\int \cos(at) dt = \frac{1}{a} \sin(at) \text{ et } \int \sin(at) dt = -\frac{1}{a} \cos(at)$$

$$\int \operatorname{ch}(at) dt = \frac{1}{a} \operatorname{sh}(at) \text{ et } \int \operatorname{sh}(at) dt = \frac{1}{a} \operatorname{ch}(at)$$

$$\int \tan(t) dt = -\ln(|\cos t|) \text{ et } \int \operatorname{th}(t) dt = \ln(\operatorname{ch} t)$$

$$\int \frac{\cos t}{\sin t} dt = \ln(|\sin t|) \text{ et } \int \frac{\operatorname{ch} t}{\operatorname{sh} t} dt = \ln(|\operatorname{sh} t|)$$

$$\int \frac{dt}{1+t^2} = \arctan t \text{ et } \int \frac{dt}{a^2+t^2} = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{t}{a}\right)$$

$$\int \frac{dt}{1-t^2} = \frac{1}{2} \ln\left(\left|\frac{1+t}{1-t}\right|\right) \text{ et } \int \frac{dt}{a^2-t^2} = \frac{1}{2a} \ln\left(\left|\frac{a+t}{a-t}\right|\right)$$

Autres primitives :

$$\int \frac{dt}{\sin t} = \ln\left(\tan\left(\frac{t}{2}\right)\right) \text{ et } \int \frac{dt}{\cos t} = \ln\left(\tan\left(\frac{t}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\int \frac{dt}{\operatorname{ch} t} = 2 \arctan(e^t) \text{ et } \int \frac{dt}{\operatorname{sh} t} = -\ln\left(\frac{1+e^t}{1-e^t}\right)$$

$$\int \frac{dt}{\cos^2 t} = \tan t \text{ et } \int \frac{dt}{\sin^2 t} = -\frac{\cos t}{\sin t}$$

Des inégalités classiques

$$ab \leq \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$$

$$\text{si } (a, b) > 0 \text{ alors } \sqrt{a^2 + b^2} \leq a + b$$

$$\left| |x| - |y| \right| \leq |x - y|$$

$$\ln(1+u) \leq u$$

$$e^x \geq 1+x$$

$$\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \frac{2}{\pi} x \leq \sin x \leq x$$

Des D.S.E classiques

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \quad \operatorname{ch}x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n!}, \quad \operatorname{sh}x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad \cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n!}, \quad \sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad \text{et} \quad \frac{1}{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n \quad \text{et le rayon } R=1$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1}, \quad \ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}, \quad \operatorname{Arc} \tan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

$$\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

$$\text{sur }]-1,1[, \quad (1+x)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n$$

Des formules de probabilités :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P_A(B)P(A)}{P(B)}$$

$$P(B) = \sum_{i \in I} P_{A_i}(B)P(A_i) \quad \text{si } (A_i)_{i \in I} \text{ forme un système complet d'événements}$$

$$P(Y=y) = \sum_{x \in X(\Omega)} P(X=x, Y=y)$$

$$P(|X| \geq a) \leq \frac{E(|X|)}{a}$$

$$P(|X - E(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{V(X)}{\varepsilon^2}$$

$$E(X) = G'_x(1) \quad \text{et} \quad V(X) = G''_x(1) + G'_x(1) - (G'_x(1))^2$$

Loi binomiale

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$E(X) = np \quad \text{et} \quad V(X) = np(1-p)$$

$$G_x(t) = (1-p + pt)^n$$

Loi géométrique

$$P(X=k) = p(1-p)^{k-1}$$

$$E(X) = \frac{1}{p} \quad \text{et} \quad V(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

$$G_x(t) = \frac{pt}{1-(1-p)t}$$

Loi de Poisson

$$P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad E(X) = V(X) = \lambda$$

$$G_x(t) = e^{\lambda(t-1)}$$